§4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

I. TRỤC TỌA ĐỘ:

- Trục tọa độ (gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó ta đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{e}$ *có độ dài bằng 1. Ký hiệu trục đó là* $(O;\vec{e})$.

- Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O;\vec{e})$. Khi đó có duy nhất số thực k sao cho $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Số k được gọi là tọa độ của điểm M.

II. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ:

1) Định nghĩa:

- Hệ trục tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j})$ *(còn ký hiệu Oxy) gồm hai trục* $(O;\vec{i})$ *và* $(O;\vec{j})$ *vuông góc với nhau. Trong đó:*

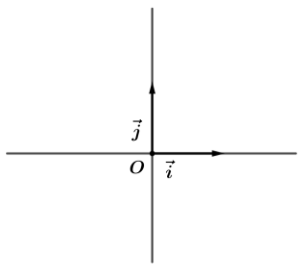
+ Điểm O gọi là gốc tọa độ.

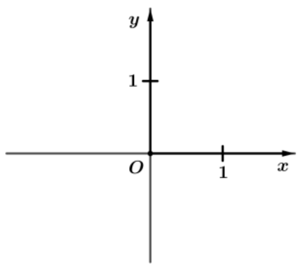
+ Trục $(O;\vec{i})$ *gọi là trục hoành và ký hiệu Ox.*

+ Trục $(O;\vec{j})$ *gọi là trục tung và ký hiệu Oy.*

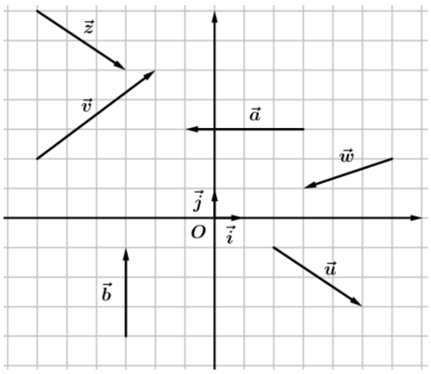
+ Các vectơ $\vec{i}$ *và* $\vec{j}$ *là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và* $|\vec{i}| = |\vec{i}| = 1$.

+ Mặt phẳng chứa hệ trục Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy hay mặt phẳng Oxy.





2) Tọa độ vectơ trong mặt phẳng tọa độ:



Hãy phân tích mỗi vectơ $\vec{u},\vec{v},\vec{z},\vec{w},\vec{a},\vec{b}$ qua hai vectơ $\vec{i},\vec{j}$ dưới dạng $x\vec{i}+y\vec{j}$ với x,y là hai số thực nào đó.

....

....

....

....

....

....

....

- ***Định nghĩa:*** *Trong hệ trục* $(O;\vec{i},\vec{j})$ *nếu* $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ *thì cặp số* $(x;y)$ *được gọi là tọa độ của vectơ* $\vec{u}$, *ký hiệu* $\vec{u}=(x;y)$ *hoặc* $\vec{u}(x;y)$. *Số x được gọi là hoành độ, số y được gọi là tung độ của vectơ* $\vec{u}$.

- **Nhận xét:** *Hai vectơ* $\vec{u}=(u_1;u_2)$ *và* $\vec{v}=(v_1;v_2)$ *bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau, nghĩa là:* $\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=v_1\\u_2=v_2\end{cases}$.

- **Ví dụ 1:** *Xác định tọa độ của các vectơ sau biết:*

- $\vec{a}=2\vec{i}-5\vec{j}\rightarrow$ ....
- $\vec{b}=\sqrt{3}\vec{j}+\vec{i}\rightarrow$ ....
- $\vec{i}\rightarrow$ ....
- $\vec{j}\rightarrow$ ....
- $\vec{0}\rightarrow$ ....

3) Tọa độ của một điểm trong mặt phẳng tọa độ:

- ***Định nghĩa:*** *Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ của vectơ* $\overrightarrow{OM}$ *được gọi là tọa độ của điểm M. Vậy* $M=(x;y)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$, *số x gọi là hoành độ điểm M (còn ký hiệu* x_M*) và số y gọi là tung độ điểm M (còn ký hiệu* y_M*).*

- **Ví dụ 2:** *Xác định tọa độ các điểm sau biết:*

- $\overrightarrow{OA}=-3\vec{i}+2\vec{j}\rightarrow$ ....
- $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}\rightarrow$ ....
- $\overrightarrow{MO}=4\vec{i}-\vec{j}\rightarrow$ ....

4) Liên hệ giữa tọa độ điểm và tọa độ vectơ trong mặt phẳng tọa độ:

Cho hai điểm $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$

- **Ví dụ 3:** *Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm* $A(0;3),B(-2;5),C(-1;-1)$. *Tính tọa độ các vectơ sau:*

- $\overrightarrow{AB}=$ ....
- $\overrightarrow{CA}=$ ....
- $\overrightarrow{OB}=$ ....

5) Tọa độ của các vectơ tổng, hiệu, tích:

Cho hai vectơ $\vec{u}=(u_1;u_2)$, $\vec{v}=(v_1;v_2)$ và số thực *k*. Ta có:

- $\vec{u}\pm\vec{v}=(u_1\pm v_1;u_2\pm v_2)$
- $k.\vec{u}=(ku_1;ku_2)$

- **Ví dụ 4:** *Cho các vectơ* $\vec{a}=(1;-2),\vec{b}=(3;4),\vec{c}=(-5;1)$. *Tìm tọa độ của* $\vec{u}=2\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}$.

Giải

....

....

....

....

....

- **Ví dụ 5:** *Cho* $\vec{a}=(1;-1)$ *và* $\vec{b}=(2;1)$. *Hãy phân tích* $\vec{c}=(-1;-5)$ *theo hai vectơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$.

Giải

....

....

....

....

....

....

- **Nhận xét:** *hai vectơ* $\vec{u}=(u_1;u_2)$ *và* $\vec{v}=(v_1;v_2)$ *với* $\vec{v}\neq\vec{0}$ *cùng phương khi và chỉ khi có số thực k sao cho* $u_1=kv_1$ *và* $u_2=kv_2$. (*hoặc* $u_1v_2=u_2v_1$).

6) TỌA ĐỘ TRUNG ĐIỂM VÀ TỌA ĐỘ TRỌNG TÂM TAM GIÁC:

a) Cho đoạn thẳng AB có $\mathrm{A}(x_A;y_A)$ và $\mathrm{B}(x_B;y_B)$. Tọa độ trung điểm $\mathrm{I}(x_I;y_I)$ của đoạn AB tính bởi công thức: $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$.

- **Ví dụ 6:** Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB biết $\mathrm{A}(3;5)$ và $\mathrm{B}(1;-1)$.

....

....

....

b) Cho tam giác ABC có $\mathrm{A}(x_A;y_A)$, $\mathrm{B}(x_B;y_B)$ và $C(x_C;y_C)$. Tọa độ trọng tâm $\mathrm{G}(x_G;y_G)$ của tam giác ABC tính bởi công thức: $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$.

- **Ví dụ 7:** *Cho tam giác ABC có* $A(3;0),\ B(5;-2),\ C(-3;4)$. *Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP.*

Giải

....

....

....

....

....

....

....

....

LUYỆN TẬP

Bài 1. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $\vec{a} = (2;1)$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{c} = 2\vec{j} - 7\vec{i}$

a) Tìm tọa độ $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$

b) Tìm tọa độ $\vec{x}$ mà $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$

c) Tìm hai số *k, l* mà $\vec{a} = k.\vec{b} + l.\vec{c}$

Bài 2. Hai vectơ cùng phương:

a) Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ và $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j}$. Tìm m để $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$

b) Cho $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{y} = 2\vec{i} - k\vec{j}$. Tìm k để $\vec{x}$ cùng phương $\vec{y}$

c) Cho $\vec{a} = (1;2), \vec{b} = (3;4), \vec{c} = (m;5)$. Tìm m để $\left(2\vec{a} + 3\vec{b}\right)$ cùng phương $\vec{c}$

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-1;-2), B(3;2)$ và $\overrightarrow{OC} = 4\vec{i} - \vec{j}$.

a) Tìm D để tứ giác ABCD là hình bình hành

b) Tìm tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành ABCD

c) Tìm tọa độ điểm E sao cho: $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

d) Tìm tọa độ A’ đối xứng của A qua B

e) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC

Bài 4. Cho ΔABC có $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ là trung điểm các cạnh CB, CA và AB.

a) Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C

b) Tìm tọa độ điểm E $\in Oy$ để A, B, E thẳng hàng

c) Tìm tọa độ điểm F $\in Ox$ để B, D, F thẳng hàng

Bài 5. Cho $A(-2;2), B(3;5)$. Gọi $G(-1;3)$ là trọng tâm tam giác ABC.

a) Tọa độ C là bao nhiêu?

b) Tính độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC.

c) Tìm điểm B’ đối xứng của B qua G.

d) Xác định tọa độ điểm M để $\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MD}$

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(3;-5); B(-4;4); C(-6;-9)$

a) Tìm điểm D để OABD là hình bình hành.

b) Tìm điểm E để ABCE là hình thang có đáy $BC = 3AE$

c) Tìm $I \in Oy$ để I, B, C thẳng hàng

d) Tìm tọa độ A’ đối xứng với A qua trọng tâm G của ΔABC

e) Tìm điểm N biết rằng O là trọng tâm ΔBCN

f*) Tìm tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình thang ABCE trên.

Bài 7. Cho tam giác ABC có $A(-1;1), B(5;-3)$ và đỉnh C nằm trên trục Oy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và $G \in Ox$. Tìm tọa độ đỉnh C.